

УДК 514.181.2

## ГЕОМЕТРИЯ КРИВЫХ ЗЕРКАЛ

**Васильченко Фёдор Вячеславович**, студент, направление подготовки 24.03.01 Ракетные комплексы и космонавтика, Оренбургский государственный университет, Оренбург  
e-mail: vasilcenkofedor17@gmail.com

Научный руководитель: **Семагина Юлия Владимировна**, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры начертательной геометрии, инженерной и компьютерной графики, Оренбургский государственный университет, Оренбург  
e-mail: semagina@mail.ru

**Аннотация.** В статье рассматривается применение криволинейных зеркал в различных отраслях промышленности, в том числе в ракетостроении. Описаны геометрические свойства зеркальных поверхностей и их практическое применение. Особое внимание уделено методу криволинейного проецирования. Приведена схема проецирования, описанная на примере отражения светового потока от зеркальной сферической поверхности. Поставлена проблема отсутствия общей математической модели, обеспечивающей возможности внедрения метода криволинейного проецирования в качестве вспомогательного метода в программные средства, такие как КОМПАС-3D. Вопросы, рассматриваемые в статье, актуальны не только в области ракетостроения, но и в архитектуре, дизайне и других областях, связанных со строительством и проектированием. Новизна исследования заключается в постановке проблемы и разработке схем криволинейного проецирования с помощью зеркальной сферической поверхности. Данная работа является началом обширного исследования, направленного на изучение методологии проецирования кривых с аналитической точки зрения. В дальнейшем аналитическая модель может быть преобразована с использованием методов программирования для автоматизированного проектирования инженерных систем.

**Ключевые слова:** геометрия кривых зеркал, сферические зеркала, вогнутые и выпуклые зеркала, криволинейное проецирование, ракетостроение, поверхности.

**Для цитирования:** Васильченко Ф. В. Геометрия кривых зеркал // Шаг в науку. – 2024. – № 4. – С. 35–40.

## CURVED MIRROR GEOMETRY

**Vasilchenko Fyodor Vyacheslavovich**, student, training program 24.03.01 Rocket Complexes and Cosmonautics, Orenburg State University, Orenburg  
e-mail: vasilcenkofedor17@gmail.com

Research advisor: **Semagina Yulia Vladimirovna**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Descriptive Geometry, Engineering and Computer Graphics, Orenburg State University, Orenburg  
e-mail: semagina@mail.ru

**Abstract.** The article deals with the application of curvilinear mirrors in various industries, including rocket engineering. The geometrical properties of mirror surfaces and their practical application are described. Special attention is paid to the method of curvilinear projection. The scheme of projection described on the example of light flux reflection from a mirror spherical surface is given. The problem of the lack of a general mathematical model, providing the possibility of implementing the method of curvilinear projection as an auxiliary method in software such as КОМПАС-3D, is posed. The issues considered in the article are relevant not only in the field of rocket engineering, but also in architecture, design and other fields related to construction and design. The novelty of the study lies in the problem statement and development of curvilinear projection schemes using a mirror spherical surface. This work is the beginning of an extensive study to investigate the methodology of curve projection from an analytical point of view. The analytical model can be further transformed using programming techniques for computer-aided design of engineering systems.

**Key words:** geometry of curved mirrors, spherical mirrors, concave and convex mirrors, curvilinear projection, rocket science, surfaces.

**Cite as:** Vasilchenko, F. V. (2024) [Curved mirror geometry]. *Shag v nauku* [Step into science]. Vol. 4, pp. 35–40.



Рисунок 1. Гелиокомплекс «Солнце» в Узбекистане

Источник: снимок заимствован с сайта [ru.wikipedia.org](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BE%D0%BB%D0%BD%D1%86%D0%B5_(%D1%81%D0%BE%D0%BB%D0%BD%D0%B5%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BF%D0%B5%D1%87%D1%8C) – URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BE%D0%BB%D0%BD%D1%86%D0%B5\\_\(%D1%81%D0%BE%D0%BB%D0%BD%D0%B5%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F\\_%D0%BF%D0%B5%D1%87%D1%8C](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BE%D0%BB%D0%BD%D1%86%D0%B5_(%D1%81%D0%BE%D0%BB%D0%BD%D0%B5%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BF%D0%B5%D1%87%D1%8C) (дата обращения: 10.06.2024)



Рисунок 2. Зеркальная антенна «АДУ – 1000»

Источник: снимок заимствован с сайта [ru.wikipedia.org](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B5%D1%80%D0%BA%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D0%B0) – URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B5%D1%80%D0%BA%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F\\_%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D0%B0](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B5%D1%80%D0%BA%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D0%B0) (дата обращения: 10.06.2024)

Кривые зеркала применяются в различных отраслях промышленности в том числе и в ракетостроении. Например, в лазерных установках, которые применяются в ракетных двигателях, как альтернатива классическим жидкостным. Сферические зеркала используются в солнечных печах (рисунок 1). С помощью света, собираемого в фокусе, изучают поведение материалов в экстремальных условиях, например, испытывают оболочки космических кораблей под действием высоких температур. Также успешно получают водород – основное ракетное топливо [1; 8]. За счет своего размера они фокусируют огромное количество солнечной энергии, а температура в их фокусе достигает 3500 градусов по Цельсию.

Зеркальные антенны (рисунок 2) в спутниковой связи используют для приёма и передачи радиосигналов от ретрансляторов, расположенных на искусственных спутниках Земли. Они имеют параболическую форму и собирают сигналы в одной точке – фокусе антенны, где находится приёмник. Таким образом, зеркальные антенны обеспечивают передачу информации от источника к получателю независимо от их взаимного расположения [7].

В процессе проведения литературного обзора по теме исследования сформирована следующая цель: выяснить геометрические особенности отражения объектов в кривых зеркалах и описать их практическое применение.

Для достижения поставленной цели нужно выполнить ряд задач:

- изучить принцип отражения объектов в зеркале;
- определить, как искажается изображение при изменении кривизны поверхности;
- выяснить, как применяются кривые зеркала в ракетостроении и космических исследованиях.

Геометрия кривого зеркала представляет собой сложную структуру из выпукло-вогнутых сегментов, которые искажают изображение предмета. Чтобы описать отображение объекта на картинную плоскость после отражения, рассмотрим, руководствуясь положениями начертательной геометрии, метод криволинейного проецирования.

По мнению Е. А. Гусаровой и Е. Л. Спириной криволинейное проецирование позволяет заменить основные операции начертательной геометрии, такие как сечения и проецирование, для всех поверхностей без исключения [2].

Денисова Е. В., Гурьева Ю. А. отмечают, что применение систем криволинейного проецирования в научных исследованиях, проектировании и производстве на оборудовании с числовым программным управлением ограничивается отсутствием общей математической модели, которая позволила бы разрабатывать и развивать необходимые компьютерные технологии

[3]. Математическая модель должна описывать процессы, происходящие при обработке криволинейных поверхностей на станках с ЧПУ, учитывать особенности геометрии режущего инструмента и материала заготовки. Это позволит создавать более точные и эффективные управляющие программы для станков, что повысит качество изделий и сократит время на производство. В настоящее время существует множество частных математических моделей и методов, разработанных для решения отдельных задач криволинейного проецирования. Однако они не позволяют создать общую модель, которая могла бы быть использована в различных областях науки. Следует подчеркнуть, что данную тему рассматривали в своих исследованиях Г. С. Иванов и И. С. Джапаридзе [4; 5].

Стоит отметить, что за счет отражающих особенностей большей практичностью отличаются вогнутые зеркала. Именно эти особенности мы рассмотрим, изучая принципы отражения и оперируя методами начертательной геометрии. Кривое зеркало – это неровная отражающая поверхность. Однако, конкретно для нашей области изучения, будет интересно сферическое зеркало, т. е. зеркало, поверхность которого представляет собой сегмент сферы. Различают выпуклые и вогнутые зеркала. Отражающая поверхность выпуклого зеркала – внешняя поверхность сферы, а вогнутого – внутренняя. Для того чтобы изучить возможности отражения в сферических зеркалах, нужно понять, каким способом предмет переносится на картинную плоскость после отражения от зеркальной поверхности. Для этого воспользуемся методом криволинейного проецирования. Криволинейное проецирование – это способ проецирования, при котором изображение объекта формируется не путем параллельного проецирования лучей света на картинную плоскость, а путем использования в качестве картинной плоскости.

Кривых поверхностей, таких как сферы, эллипсоиды или параболоиды. Этот метод позволяет получить изображение объекта с учетом его формы и характеристик, что может быть полезно, например, при создании ракет, самолетов и космических кораблей, а также в архитектуре и геодезии [6; 9]. Рассмотрим случаи криволинейного проецирования для сферических зеркал.

На рисунке 3 изображено криволинейное проецирование в выпуклом зеркале. Здесь желтым цветом выделен источник света  $S$ . Оранжевые стрелки (образуют проецирующий цилиндр  $\Delta$ ) – это проецирующие лучи до того, как они отразились от зеркала. Синяя дуга – это сечение выпуклого зеркала. Фиолетовые линии – это проецирующие лучи, которые вошли в зеркало и отразились (они ограничены конической поверхностью  $\mathcal{E}$ ). Образующие этого конуса и определяют область видимости.

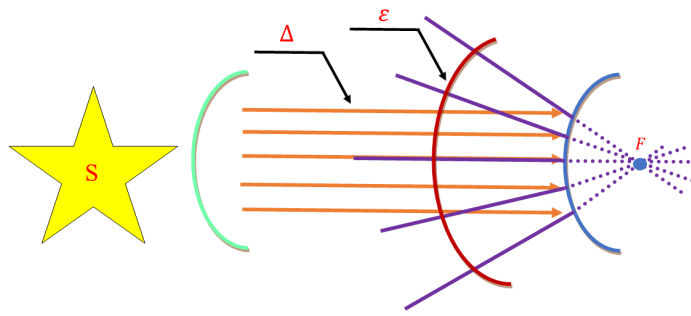


Рисунок 3. Схема криволинейного проецирования в выпуклом зеркале

Источник: разработано автором

На рисунке 4 показано криволинейное проецирование в вогнутом зеркале.

Здесь желтым выделен источник света  $S$ . Оранжевые стрелки (образуют проецирующий цилиндр  $\Delta$ ) – это проецирующие лучи до того, как они отразились от зеркала. Синяя дуга – это сечение выпуклого зер-

кала. Голубые линии – это проецирующие лучи, которые вошли в зеркало и отразились (они ограничены конической поверхностью  $\mathcal{E}$ ). Образующие этого конуса и определяют область видимости.

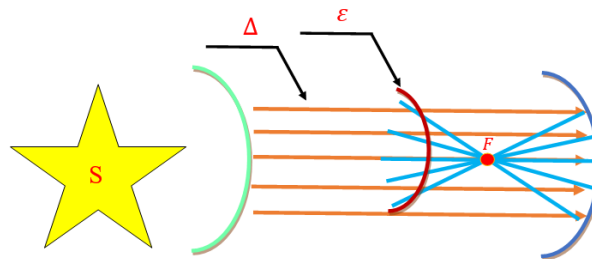


Рисунок 4. Схема криволинейного проецирования в вогнутом зеркале

Источник: разработано автором

На рисунке 5 приведен пример построения изображений в вогнутом зеркале. Пунктирной линией обозначена главная оптическая ось, желтая точка на главной оптической оси – это фокус, синяя кривая линия – это поверхность зеркала, синяя стрелка – это

объект отражения.

Фокус сферического зеркала – это точка, в которой пересекаются отражённые от сферического зеркала лучи или их продолжения, падающие параллельно главной оптической оси зеркала.

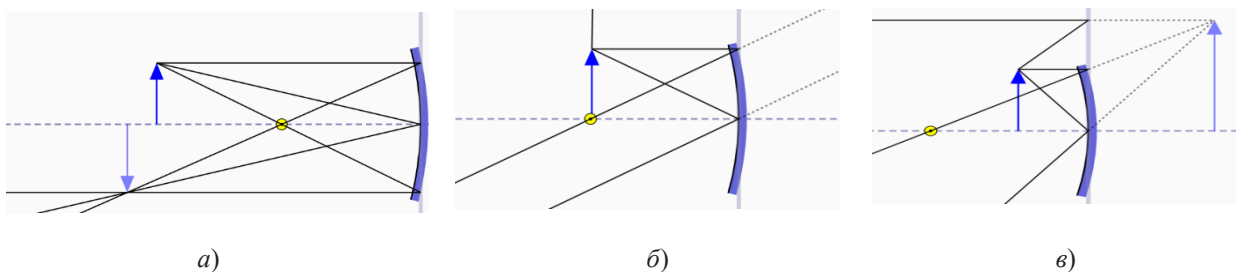


Рисунок 5. а) Объект перед фокусом; б) объект в фокусе; в) объект за фокусом

Источник: разработано автором

На рисунке 6 построение изображений в выпуклом зеркале.

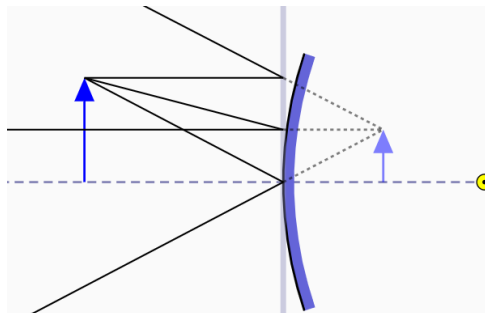


Рисунок 6. Изображение объекта в выпуклом зеркале

Источник: разработано автором

Изображение, получаемое при пересечении реальных световых лучей, называется действительным, а получаемое пересечением их продолжений – мнимым. В вогнутом зеркале формируются перевёрнутые действительные изображения предметов. Эти изображения могут быть увеличенными, уменьшенными или равными по размеру самим предметам, в зависимости от расположения предмета относительно зеркала. Если объект находится между фокусом и двойным фокусом, то получается перевернутое, действительное увеличенное изображение. Если объект дальше двойного фокуса, то изображение постепенно уменьшается, а если в двойном, то оно перевернутое, действительное и равное по размерам предмету. Если объект помещен в фокус, то изображение формируется в бесконечности. Если объект находится за фокусом, то изображение получается мнимым, прямым и увеличенным. В выпуклом зеркале получают мнимые, прямые, уменьшенные изображения предметов. Они находятся по другую сторону зеркала от предметов.

С точки зрения базового курса начертательной геометрии мы больше не можем сказать ничего по данной теме. Чтобы углубиться в изучение способа криволинейного проецирования, необходимо обратиться к другой области научного знания – аналитической геометрии.

### Выводы

В исследовании рассмотрены отражающие свойства выпуклых и вогнутых зеркал, которые определяются особенностями геометрии их поверхности. Определено, что в сфере промышленности достаточно часто используются вогнутые зеркала. За счет геометрии они помогают собирать падающий поток света в пучок, усиливая воздействие и доставку энергии до объекта, что может быть использовано в лазерных установках и солнечных печах.

В статье рассмотрены принципы отражения объектов в зеркалах разной формы, искажение изображения в зависимости от геометрического строения зеркала и расстояния от объекта до зеркала. Разработаны графические схемы, иллюстрирующие ход лучей в зеркалах разных форм. Рассмотрено применение кривых зеркал и криволинейного проецирования в областях инженерных наук, преимущественно в ракетостроении и сферах, связанных с ним.

Таким образом, исследование геометрических особенностей поверхностей кривого зеркала, и применение сферических зеркал в ракетостроении позволяет поднять проблему отсутствия общей математической модели, обеспечивающей возможности внедрения метода криволинейного проецирования в различные области науки и техники.

### Литература

1. Абдурахманов А. А., Абдурахманова М. А., Абдураимов С. Практические аспекты применения большой солнечной печи и его эффективность // Science and innovation – 2022 – Vol. 1. Is. 6 – С. 451–459. – <https://doi.org/10.5281/zenodo.717962>.
2. Гусарова Е. А., Спирина Е. Л. Дидактическая составляющая обучения методам решения задач посредством криволинейного проецирования // Современное педагогическое образование. – 2023. – № 1. – С. 116–119.
3. Денисова Е. В., Гурьева Ю. А. Аналитическое и компьютерное моделирование поверхностей методом криволинейного проецирования // Онтология проектирования. – 2023. – Т. 13, № 2(48). – С. 204–216. – <https://doi.org/10.18287/2223-9537-2023-13-2-204-216>.
4. Джапаридзе И. С. Геометрические преобразования пространства и их применение в начертательной

геометрии // Методы начертательной геометрии и её приложения. – М.: Гос. изд-во технико-теорет. лит., 1955. – С. 54–82.

5. Иванов Г. С. Поверхности и кривые расслояемых нелинейных преобразований в начертательной геометрии и технике: автореферат дис. ... д-ра техн. наук.: 05.01.01 / Ленингр. инж.-строит. ин-т. – М.: [б. и.], 1977. – 32 с.

6. Коротич А. В. Формирование составных линейчатых оболочек в архитектуре зданий и сооружений: автореферат дис. ... д-ра архитектуры: 18.00.02 / Моск. архитектур. ин-т. – М., 2004. – 45 с.

7. Мартынюк С. П. Исследование сферической зеркальной антенны и элементов антенно-фидерных устройств миллиметрового диапазона радиоволн: автореферат дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.03 / Ростов. гос. ун-т. – Ростов-на-Дону, 1991. – 20 с.

8. Пасичный В. В., Зенков В. С. О получении водорода металло-паровым методом при использовании вольфрамсодержащих отходов и нагреве в солнечных печах // Альтернативная энергетика и экология. – 2014. – № 15(155). – С. 31–37.

9. Khudyakov G. I. (2017) Development of methods of analytical geometry of a sphere for solving geodesy and navigation tasks. Journal of Mining Institute. Vol. 223, pp. 70–81. – <https://doi.org/10.18454/PMI.2017.1.70>. (In Eng.).

Статья поступила в редакцию: 18.06.2024; принята в печать: 27.09.2024.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.