

УДК 519.876:336.7

ГИБРИДНЫЕ МОДЕЛИ HMM-VAE ДЛЯ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ВОЛАТИЛЬНОСТИ: ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ

Копытова Надежда Андреевна, студент, направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия
e-mail: kopytova422@gmail.com

Научный руководитель: **Патласов Дмитрий Александрович**, старший преподаватель кафедры информационных систем и математических методов в экономике, Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия
e-mail: dmitriypatlasov@gmail.com

Аннотация. Современные финансовые рынки характеризуются выраженной кластеризацией волатильности, что ограничивает эффективность традиционных моделей. Цель работы – исследование теоретических основ применения гибридной модели HMM-VAE для кластеризации волатильности финансовых временных рядов и оценка перспектив её использования для выявления скрытых режимов рынка. Предлагаемый инструментарий сочетает скрытые марковские модели для описания динамики режимов и вариационные автокодировщики для моделирования сложных распределений наблюдений. Научная новизна заключается в объединении интерпретируемой режимной структуры с вероятностным глубинным обучением. Практическая значимость связана с совершенствованием методов анализа риска в условиях структурных изменений рынка.

Ключевые слова: волатильность, кластеризация волатильности, скрытые марковские модели, вариационные автокодировщики, реализованная волатильность.

Для цитирования: Копытова Н. А. Гибридные модели HMM-VAE для кластеризации временных рядов волатильности: теоретические основы и перспективы развития // Шаг в науку. – 2026. – № 3. – С. 44–47.

HYBRID HMM-VAE MODELS FOR CLUSTERING VOLATILITY TIME SERIES: THEORETICAL FOUNDATIONS AND DEVELOPMENT PROSPECTS

Kopytova Nadezhda Andreevna, student, training program 01.03.02 Applied Mathematics and Computer Science, Perm State National Research University, Perm, Russia
e-mail: kopytova422@gmail.com

Research advisor: **Patlasov Dmitry Aleksandrovich**, Senior Lecturer of the Department of Information Systems, Mathematics and Mathematical Economics, Perm State National Research University, Perm, Russia
e-mail: dmitriypatlasov@gmail.com

Abstract. Modern financial markets are characterized by pronounced volatility clustering, which limits the effectiveness of traditional modeling approaches. The purpose of this study is to investigate the theoretical foundations of the hybrid HMM-VAE model for volatility clustering in financial time series and to assess its potential for identifying hidden market regimes. The proposed framework combines Hidden Markov Models to capture regime dynamics and Variational Autoencoders to model complex observation distributions. The scientific novelty of the approach lies in integrating an interpretable regime structure with probabilistic deep learning techniques. The practical significance of the study is associated with improving risk analysis methods under conditions of structural market changes.

Key words: volatility, volatility clustering, hidden Markov models, variational autoencoders, realized volatility.

Cite as: Kopytova, N. A. (2026) [Hybrid HMM-VAE models for clustering volatility time series: theoretical foundations and development prospects]. *Shag v nauku* [Step into science]. Vol. 3, pp. 44–47.



Современные финансовые рынки характеризуются высокой степенью изменчивости и выраженной нелинейной структурой, что существенно усложняет анализ и моделирование рыночного риска. Одним из ключевых эмпирических свойств финансовых временных рядов является кластеризация волатильности – тенденция к формированию последовательных периодов с близкими уровнями и динамикой волатильности. Учет данного феномена имеет принципиальное значение для риск-менеджмента, поскольку игнорирование режимной структуры может приводить к систематической недооценке рисков в периоды рыночных стрессов [7].

Несмотря на значительное развитие моделей анализа волатильности, традиционные подходы, включая различные модификации GARCH и модели со сменной режимов [2; 4], демонстрируют ограниченную гибкость при описании сложных распределений наблюдений и адаптации к структурным изменениям рыночной среды, особенно в условиях нестабильных режимов. В связи с этим в современной литературе возрастает интерес к гибридным методам, объединяющим вероятностные модели и инструменты глубокого обучения.

В частности, комбинация скрытых марковских моделей (Hidden Markov Models, HMM) и вариаци-

онных автокодировщиков (Variational Autoencoders, VAE) формирует перспективную теоретическую основу для кластеризации волатильности финансовых временных рядов. Целью данной работы является исследование теоретических основ применения гибридной архитектуры HMM-VAE в задачах анализа и идентификации режимов волатильности финансовых временных рядов, и обсуждение возможностей её применения на основе существующих исследований.

Теоретические основы гибридной модели HMM-VAE

Гибридная модель HMM-VAE на рисунке 1 представляет собой синтез двух мощных подходов машинного обучения: скрытых марковских моделей (Hidden Markov Models, HMM) и вариационных автокодировщиков (Variational Autoencoders, VAE). Такая структура предназначена для совместного моделирования дискретной режимной структуры и сложных распределений наблюдений во временных рядах. В контексте анализа волатильности данная модель интерпретируется как механизм выявления скрытых режимов волатильности и вероятностного описания статистических свойств наблюдаемых данных внутри каждого режима.

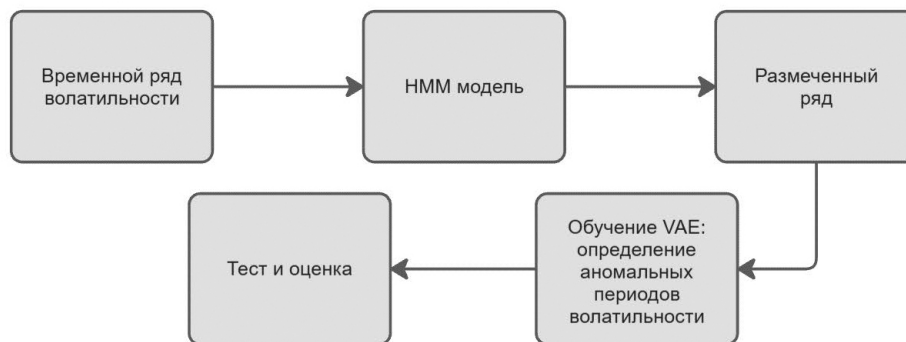


Рисунок 1. Схема работы гибридной модели HMM-VAE для выявления периодов волатильности

Источник: составлено автором

В рамках модели предполагается существование последовательности скрытых дискретных состояний $\{z_t\}_{t=1}^T$, каждое из которых соответствует определённому

режиму волатильности. Динамика этих состояний описывается марковским процессом первого порядка с конечным числом состояний:

$$p(z_t | z_{t-1}) = A_{z_{t-1}, z_t}, \quad (1)$$

где

A – матрица переходных вероятностей, определяющая вероятность смены режимов во времени.

Такое описание позволяет формализовать эффект кластеризации волатильности в виде устойчивых периодов, внутри которых характеристики риска остаются относительно стабильными, а переходы между кластерами происходят скачкообразно [1; 5].

Наблюдаемые значения волатильности $\{x_t\}$ счи-

таются условно независимыми при заданном скрытом состоянии и моделируются с использованием вариационного автокодировщика. Для каждого состояния z_t задаётся условное распределение наблюдений, параметризуемое нейросетевой генеративной моделью:

$$p(x_t | z_t) = \int p_o(x_t | h_t) p(h_t | z_t) dh_t \quad (2)$$

где

h_t – непрерывная латентная переменная, отражающая внутреннюю структуру распределения волатильности в данном режиме.

Параметризация $p_o(x_t | h_t)$ осуществляется с помощью нейронной сети [6]. Использование VAE позволяет отказаться от жёстких параметрических предположений о форме распределения наблюдений и гибко учитывать асимметрию, тяжёлые хвосты и другие характерные особенности финансовых данных.

В качестве наблюдаемых переменных может использоваться реализованная волатильность, рассчитываемая на основе высокочастотных внутридневных данных, которая более точно отражает динамику рыночной активности по сравнению с дневными доходностями.

Связь между HMM- и VAE-компонентами реализуется через условное моделирование, это значит, что скрытая марковская модель определяет вероятность текущего режима волатильности, тогда как вариационный автокодировщик описывает вероятностное распределение наблюдений внутри этого режима. Таким образом, модель разделяет задачу описания дискретной динамики режимов и непрерывной стохастической вариации данных.

Обучение гибридной модели HMM-VAE в литературе формулируется в рамках вариационного байесовского вывода и основано на максимизации вариационной нижней оценки логарифма правдоподобия наблюдаемых данных. Подробный вывод оптимизационной процедуры и алгоритмов обучения выходит за рамки данного теоретического обзора и подробно представлен в оригинальных работах, посвящённых архитектуре HMM-VAE и её байесовским обобщениям [3].

Таким образом, гибридная модель HMM-VAE формирует теоретически обоснованный и гибкий каркас для анализа кластеризации волатильности, объединяя интерпретируемую режимную структуру скрытых марковских моделей и выразительные возможности вариационных автокодировщиков при моделировании сложных распределений наблюдений.

Перспективы применения и развития гибридной модели

Анализ существующих исследований показыва-

ет, что гибридная архитектура HMM-VAE потенциально устраняет список ограничений традиционных моделей режимной волатильности, таких как Markov-switching GARCH и методы change-point анализа. Разделение задач моделирования динамики режимов и распределений наблюдений позволяет более точно описывать статистические свойства волатильности без жёстких параметрических предположений.

Одним из ключевых теоретических преимуществ модели является возможность автоматического определения числа режимов волатильности в байесовской постановке, что особенно важно для финансовых временных рядов с нестабильной и изменяющейся структурой. Дополнительным достоинством является естественная интеграция оценки неопределённости через вариационный вывод, что соответствует современным требованиям к риск-ориентированным моделям.

В качестве перспективных направлений развития рассматриваются адаптация вариационных автокодировщиков к распределениям, учитывающим асимметрию и тяжёлые хвосты финансовых данных [3; 6], расширение модели на многомерные временные ряды, а также разработка интерпретируемых механизмов связи скрытых состояний с экономическими факторами.

Следует подчеркнуть, что на текущем этапе гибридная модель HMM-VAE находится преимущественно в стадии теоретической разработки и методологического обоснования. Однако результаты исследований в смежных областях указывают на её потенциальную способность улучшить качество кластеризации волатильности и устойчивость моделей к структурным сдвигам по сравнению с существующими подходами.

Наиболее перспективной областью применения модели являются финансовые временные ряды, для которых доступны достаточно длинные последовательности наблюдений и оценки реализованной волатильности. В первую очередь речь идёт о данных фондовых индексов, биржевых фондов и валютного рынка.

Литература

1. Baum L. E., Petrie T. (1966) Statistical Inference for Probabilistic Functions of Finite State Markov Chains. *The Annals of Mathematical Statistics*. Vol. 37. No 6, pp. 1554–1563. – <https://doi.org/10.1214/aoms/1177699147>. (In Eng.).
2. Coretto P., La Rocca M., Storti G. (2020) Improving Many Volatility Forecasts Using Cross-Sectional Volatility Clusters. *Journal of Risk and Financial Management*. Vol. 13. No 4, p. 64. – <https://doi.org/10.3390/jrfm13040064>. (In Eng.).
3. Ebbers J., et al. (2017) Hidden Markov Model Variational Autoencoder for Acoustic Unit Discovery. *Interspeech 2017*. – pp. 488–492. – <http://dx.doi.org/10.21437/Interspeech.2017-1160>. (In Eng.).
4. Engle R. F. (1982) Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. Vol. 50. No 4, pp. 987–1007. – <https://doi.org/10.2307/1912773>. (In Eng.).
5. Fink G. A. (2008) *Markov Models for Pattern Recognition: From Theory to Applications*. 1st edn. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. – <https://doi.org/10.1007/978-3-540-71770-6>. (In Eng.).
6. Kingma D. P., Welling M. (2013) Auto-Encoding Variational Bayes. arXiv preprint, Dec. 20 – <https://doi.org/10.48550/arXiv.1312.6114>. (In Eng.).
7. Prakash A., et al. (2021) Structural Clustering of Volatility Regimes for Dynamic Trading Strategies. *Applied Mathematical Finance*. Vol. 28. No 3, pp. 236–274. – <https://doi.org/10.1080/1350486X.2021.2007146>. (In Eng.).

Статья поступила в редакцию: 14.04.2026; принята в печать: 05.08.2026.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.